الشعب:	علوم تجريبية، رياضيات، تقني رياضي	الأستاذ:	عبد الباسط
تحضير لدورة:	2023	المدة:	3 ساعات

الموضوع المقترح الثالث في الرياضيات

التمرين 1 — 4 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ كما يلي : $f(x)=\frac{3x-1}{2x}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

2) (U_n) متتالية عددية معرفة على N ب : $U_0=2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

أ- مثل الحدود U_3,U_2,U_1,U_0 على محور الفواصل مبرزا خطوط الانشاء.

ب- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد n : $U_n>1$

ج- بين ان المتتالية (U_n) متناقصة تماما.

ماذا تستنتج ؟

3)

أ- اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$$0<U_{n+1}-1\leq\frac{1}{2}(U_n-1)$$

ب- استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$$0<U_n-1\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

ثم عيّن نهاية المتتالية (U_n)

4) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على N كما يلي $v_n=\frac{U_n-1}{2U_n-1}$

أ- بين ان (v_n) هند سية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول ; ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب- احسب المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{V_0-1}{U_0}+\frac{V_1-1}{U_1}+\cdots+\frac{V_n-1}{U_n}$

التمرين 2 — 4 نقاط

يحتوي صندوق على خمس كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 1- ونخمس كريات سوداء مرقمة بـ :

1، 1، 0، 0 ، 1- لا نميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق



I. نعطي الأحداث التالية :

A : "الحصول على كرية بيضاء واحدة فقط "

B : " الحصول على كرية بيضاء على الأقل"

C : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون"

D : "الحصول على اللونين الأبيض و الأسود

F: "مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة يساوي 0 " .

1- أحسب احتمال الأحداث B، A و C

2- بين أن: $p(D) = \frac{5}{6}$ ، $p(F) = \frac{31}{120}$ و $p(C \cap F) = \frac{7}{120}$

3- إذا كان مجموع أرقام الكريات المسحوبة يساوي 0 ما هو احتمال أن تكون الكريات الثلاث من نفس اللون ؟

II. نعطي المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة .

عين قيم المتغير العشوائي X عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين 3 — 4.5 نقاط ★★★

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $(z^2-2+2i\sqrt{3})(z^2-8\sqrt{3}\,z+64)=0$

2) A و B نقطتان من المستوي حيث : $Z_A = 4\sqrt{3}-4i$ و $Z_B = 4(\sqrt{3}+i)$.

أ. اكتب العدد المركب $\frac{Z_B}{Z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

ب. جد Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C ذات اللاحقة $(-\sqrt{3}+i)$ بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{3}$.

3) لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(O;1);(B;1);(D;1)\}$ جد لاحقة النقطة G، ثم أنشئ النقط D، C، B، A و G.

أ. عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\|=\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\|$

ب. أحسب العدد المركب $\frac{Z_G-Z_C}{Z_D-Z_C}$ ثم استنتج أن النقط C، D و G في استقامية. وأن النقطة G هي صورة النقطة D بتحويل بسيط يطلب تعيين عناصره المميزة .

ج. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث يكون: $\frac{Z-Z_C}{Z-Z_G}$ عددا حقيقيا موجبا تماما .

4) عين النقطة F حتى يكون الرباعي ACGF معين ثم أحسب مساحته.

التمرين 4 — 5 نقاط

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 10 ثم استنتج باقي قسمة A_n على 10 حيث

$$A_n = 1993^{16n+6} - 2 \times 1439^{2n+3} + 2018$$

2) بين انه من أجل كل عدد طبيعي n: $(3n+4) \times 1439^n + 2017^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$

ثم أستنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $(3n+4) \times 1439^n + 2017^{2n+1}$ مضاعف للعدد 10.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha0\alpha\alpha02}$ في النظام التعداد ذي الأساس 3 ويكتب $\overline{\beta612}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 أوجد العددان $\alpha;\beta$ ثم أكتب N في النظام العشري

4) يحتوي كيس على 4 كريات مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 نسحب عشوائياً كرتين في آن واحد .

أ- أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017

ب- X المتغير العشوائي الذي يرفق عملية السحب بمجموع الرقمين المتحصل عليهما

ت- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين 5 — 7.5 نقاط

i. لتكن g دالة معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بالشكل: $g(x) = 1 - e^{1-x} + \ln x$

a. أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها

b. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

ii. f دالة معرفة على المجال $[0,+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = e^{1-x} + x\ln x & : x > 0 \\ f(0) = e \end{cases}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

(1

أ- بين أن f مستمرة على يمين الصفر

ب- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين الصفر

(2

أ- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3) احسب $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ وفسر النتيجة هندسيا ثم أنشئ (C_f)

(4

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب: $\int_1^e x\ln x dx$

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها :

$x = 1; x = e; y = 0$

5)

أ- عين قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m التي من اجلها تقبل المعادلة $f(x) = f(m)$ حلين في المجال $[0,+\infty[$ (تعطى $f(2.66) \approx e$)

ب- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $e\left(\frac{1}{e^x}-1\right) = m + x\ln\left(\frac{1}{x}\right)$

iii. h الدالة المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ: $h(x) = \ln[f(x)]$

1) أحسب $h'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$

2) شكل جدول تغيرات الدالة h

بالتوفيق

☆☆☆☆☆

